Lycée Abou El Kacem Chebbi
Prof. : Mme Damak Chama

Devoir de Contrôle N°3
Mathématiques

Niveau : 2ème Science 5 et 6
Le : 26/01/2008
Durée : 1 H

Algèbre : (9.5 Pts)

215_5

I) 1) Soit $P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12$.

a) Montrer que 2 et 3 sont deux racines de P.

b) Factoriser $P(x)$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{P(x)} \leq \frac{3}{2}(x-2)$.

2) Soit $Q(x) = x^2 - 2x - 3$. Montrer que P est factorielle par Q.

3) Soit : $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{P(x)}{Q(x)}$$

a) Déterminer D_f.

b) Simplifier $f(x)$ pour $x \in D_f$. $(x-2)^2$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

II) Déterminer un polynôme f de degré 3 tel que $f(x+1) - f(x) = 3x(x-1)$ et $f(2) = 0$.

Géométrie : (10.5 Pts)

Soit ABC un triangle rectangle en A, inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ tel que $AB > AC$.

I) Soit l'application $f : P \to P$ tel que $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM'}$.

$$M \mapsto M'$$

1) Montrer que f admet un seul point invariant qu'on précisera.

2) Montrer que f est une homothétie qu'on déterminera.

II) Soit h l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{2}{3}$.

1) Construire E, barycentre de $(C,2)$ et $(B,1)$.

2) Montrer que $h(C) = E$.

3) Soit F le projeté orthogonal de E sur (AB).

a) Déterminer $h((AC))$.

b) En déduire que $h(A) = F$.

c) Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{CA}$.

4) a) Déterminer et construire $\mathscr{C}' = h(\mathscr{C})$.

b) Montrer que $F \in \mathscr{C}'$.

5) Soit $(FC) \cap (AE) = \{O\}$ et soit h' l'homothétie de centre O qui transforme A en E. Montrer que $h'(C) = F$.

6) a) Montrer que $\overrightarrow{EO} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EA}$.

... chant que (BC) est fixe et (AB) varie.